

DOI: 10.14005/j.cnki.issn1672-7673.20230320.005

面向天体测量的矮行星 Haumea 相对测光试验

李 丹^{1,2}, 郭碧峰^{1,2}, 陆 星^{1,2,3}, 郝佳男^{1,2}, 彭青玉^{1,2*}

(1. 暨南大学计算机科学系, 广东 广州 510632; 2. 暨南大学中法天体测量、动力学与空间科学联合实验室, 广东 广州 510632; 3. 暨南大学物理系, 广东 广州 510632)

摘要: 使用紫金山天文台姚安观测站 80 cm 望远镜在 2022 年 2 月至 4 月对矮行星 Haumea 进行了两轮观测。对所有的观测图像使用干涉条纹剔除技术, 并利用相对测光导出了 Haumea 的仪器星等, 最后对两轮光度测量结果进行归一化处理以便联合分析。通过相位弥散最小化(Phase Dispersion Minimization, PDM)方法以及 Lomb-Scargle 周期图法分别求得了 Haumea 的自转周期。两种方法求得的自转周期结果仅相差 0.072 s, 这表明所求周期具有良好的一致性。Haumea 光度测量结果显示明显的双峰自转光变曲线, 自转周期为 3.9154 ± 0.0002 h, 峰峰值幅度为 0.26 ± 0.01 mag。通过导出的自转光变曲线, 最终估计了 Haumea 由于自转产生的光度变化对位置测量的影响最大为 $-9 \sim 9$ mas。这一测光观测对后续高精度天体位置测量具有基础意义。

关键词: 相对测光; 柯伊伯带; 周期求解; CCD 图像处理

中图分类号: P141.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-7673(2023)03-0234-07

太阳系柯伊伯带天体轨道通常在海王星轨道以外, 由于日心距离远, 温度低, 是行星吸积盘原始遗迹之一, 因此携带了有关行星形成的物理和化学的宝贵信息。目前已知的柯伊伯带天体超过 4 000 颗(<http://www.minorplanetcenter.net>)。2004~2005 年, Brown 团队(<https://archive.org/details/howikilledplutow00mike>)和 Ortiz 团队(<http://www.infoastro.com/200809/26ataecina-haumea.html>)声称发现了矮行星 Haumea。它被临时命名为 2003 EL61, 并于 2006 年 9 月 7 日由官方小行星收录, 编号为 136108。Haumea 是最大的柯伊伯带天体之一, 并且是继冥王星和 Makemake(136472)后最亮的海外天体, 其轨道周期为 284 地球年, 近日点 35 AU, 远日点 51 AU, 绝对星等 $0.358 \text{ mag}^{[1]}$, 半长轴 43.3 AU, 偏心率 0.19, 轨道倾角 28° 。

光变曲线是获取天体物理性质的主要来源, 为小天体及行星起源和演化的研究提供了重要线索。例如, 文[2]推导出 Haumea 自转光变曲线的周期为 3.9154 ± 0.0002 h, 峰峰值幅度为 0.28 ± 0.02 mag, 颜色 $B-V=0.97 \pm 0.03$ mag。文[3]使用夏威夷大学 2.2 m 望远镜观测, 观测时使用 Kron-Cousins 测光系统的 B, V, R 和 I 滤光片, 导出周期为 3.9155 ± 0.0001 h 的双峰自转光变曲线, 其峰峰值幅度为 0.29 ± 0.02 mag。因自转周期短, Haumea 呈旋转椭球体(Jacobi ellipsoid), 假设其已经达到流体静力平衡, 文[2-3]结合这两个特性推测其质量密度 $\rho \sim 2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 。

2005 年, 文[4]发现了 Haumea 的两颗卫星 Hi'iaka 和 Namaka, 这两颗卫星的星等较 Haumea 分别暗 2.98 ± 0.03 mag 和 4.6 mag。由于地面望远镜观测受到大气的影响, 观测时通常不能分辨 Haumea 及其卫星, 但是天体测量结果可以用于确定光心的轨道。根据文[5], 光心轨道是双星系统相对轨道

基金项目: 国家重点研发计划资助(资助号: 2022YFE0116800); 中国载人航天工程巡天空间望远镜专项科学研究项目(CMS-CSST-2021-B08); 国家自然科学基金(11873026, 11273014); 国家自然科学基金天文联合基金重点项目(U1431227)资助。

收稿日期: 2022-12-21; 修订日期: 2023-01-21

作者简介: 李 丹, 女, 硕士研究生, 主要研究图像处理. Email: ilidan_e@163.com.

* 通信作者: 彭青玉, 男, 教授, 主要研究图像处理与高精度天体测量. Email: tpengqy@jnu.edu.cn.

的缩放版本，因此可以通过光心的运动轨道初步推断双星系统的相对轨道。于是，文[5]结合径向速度测量结果、历史测量结果以及其他所有可用的天体测量结果(包括相对位置测量值、Hipparcos 中间数据以及追踪光心移动的测光观测结果)，对双星系统 CJ67AB 进行轨道和质量求解，但是质量测量的精度仍然主要受到相对位置测量的影响。然而，对于光变幅度较大的天体，位置测量受到光度变化的影响。参考文[5]的工作，在求解 Haumea 与卫星的光心轨道时也会受到相同的影响，我们需要先估计影响范围。

基于紫金山天文台姚安观测站 80 cm 望远镜观测的 Haumea CCD 图像资料，本文推导 Haumea 的光度变化，为后续改进相对位置测量奠定基础。

1 观测资料和数据处理

我们使用紫金山天文台姚安观测站 80 cm 望远镜(详细参数如表 1)对矮行星 Haumea 进行两轮测光观测，观测时使用 Johnson-Cousins I 滤光片，具体的观测资料情况如表 2。

我们利用 MaxIm DL(<https://diffractionlimited.com/maxim-dl/>)软件对获得的原始图像进行预处理，主要包括本底、暗场和平场校正^[6]。由于反射光在 CCD 硅片薄层间来回反射，形成干涉条纹，导致图像背景不均匀。尤其对于 Johnson-Cousins I 滤光片，CCD 硅片的吸收率随着波长增加迅速下降，有相当一部分低能光子没有被完全吸收之前，在 CCD 硅片的薄层来回反射好几次，产生干涉条纹，不利于精确的光度测量。因此需要对拍摄的图像进行处理，剔除干涉条纹，具体的步骤如下。首先，从每晚观测的 CCD 图像中选择 1 或 2 幅图像。接着，对筛选的 CCD 图像(剔除了 3σ)使用“3-2”公式(3 倍中值-2 倍均值)进行天空背景估计，得到每幅图像的背景估计值。所有筛选的 CCD 图像减去各自的背景估计值后，将这些图像每一个对应的灰度值取中值运算，最后的中值结果作为干涉条纹模板对应像素的灰度值。对于构造的干涉条纹模板，需要乘上一个比例因子以获得归一化干涉条纹模板，该比例因子为 360 s 除以待去除干涉条纹图像的曝光时间。最后，从待去除干涉条纹的原始图像中减去归一化干涉条纹模板，得到剔除干涉条纹后的图像。典型的处理结果如图 1。

表 1 望远镜及 CCD 详细参数
Table 1 Specifications of the telescope and its CCD

Items	Parameters
Focal length	800 cm
Diameter of primary mirror	80 cm
F ratio	10
CCD field of view	11.8' × 11.8'
Size of pixel	13.5 μm × 13.5 μm
Size of CCD array	2 048 × 2 048
Angular resolution	0.348"/pixel

表 2 观测资料概要
Table 2 Observations Overview

Obs date (UT)	CCD frames (No.)	Filter	Exp time /s
2022-02-28~ 2022-03-04	131	Johnson-Cousins I	360
2022-04-21~ 2022-04-29	82	Johnson-Cousins I	360

2 光度测量结果与分析

2.1 光度测量数据

本文使用相对测光技术获取目标的相对仪器星等。由于两轮观测时视场中的星像较少，而且在每轮观测期间，目标仅运动了一小段距离，因此，我们可以使用相同的参考星进行测光^[7]。具体地，在第 1 轮观测时，选择 3 颗参考星，在第 2 轮观测时，选择 5 颗参考星。所有的参考星都是恒星且光度测量稳定。两轮观测中典型的目标和参考星的图像如图 2，其中，目标 Haumea 使用绿色圆圈标记，参考星使用红色圆圈标记。

ChinaXiv:202311.00025v1

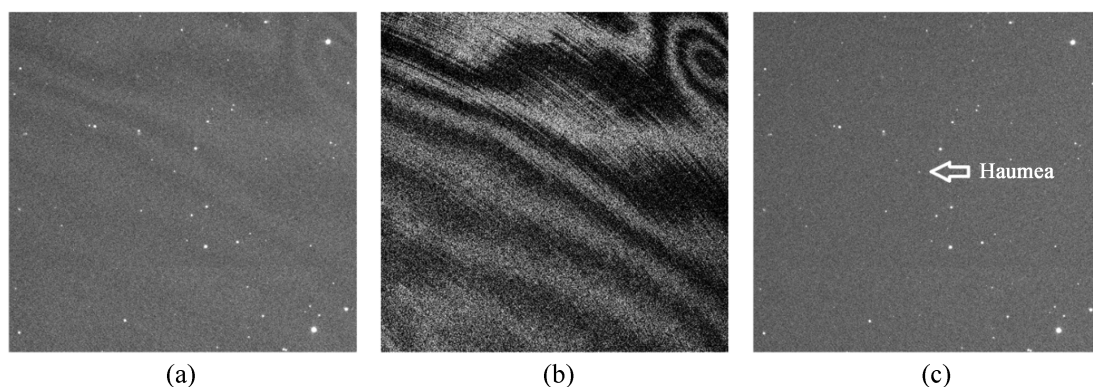


图 1 (a) 存在明显干涉条纹的原始图像; (b) 干涉条纹图像; (c) 剔除干涉条纹后的图像, 目标 Haumea 位于图像中心附近

Fig. 1 (a) A typical frame before the fringe-removal; (b) fringing pattern; (c) a defringed frame, and the target Haumea is located near the center of CCD frame

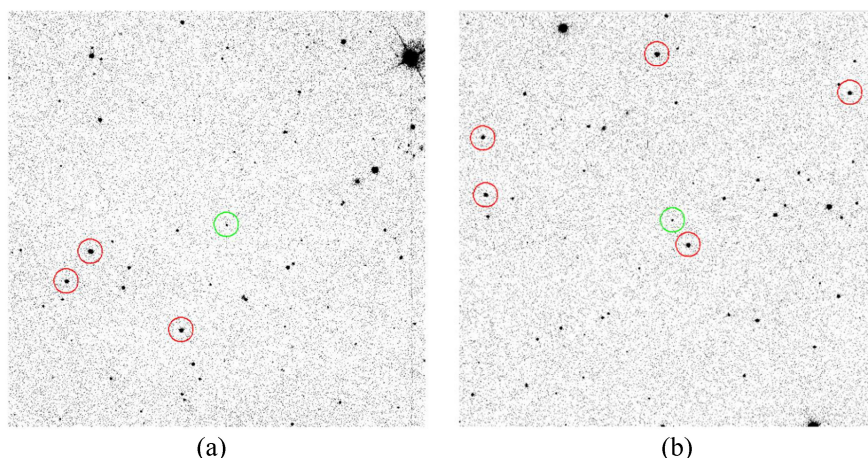


图 2 观测拍摄的典型视场图像。(a) 第 1 轮观测获得的图像; (b) 第 2 轮观测获得的图像。两张图像剔除了干涉条纹
Fig. 2 Example of fields of view obtained during our observations. (a) Obtained in the first run; (b) obtained in the second run. Fringes are removed from both frames

我们使用二维高斯定心算法获取目标星和参考星的像素坐标, 采用“3-2”公式对目标星和参考星周围环形区域天空背景进行估计, 使用 photutils (<https://pypi.org/project/photutils/>) 测光库提供的孔径测光程序对目标星和参考星进行光度测量。photutils 孔径测光程序允许我们使用一系列不同的孔径, 选择光度测量精度最高的孔径作为最优孔径, 得到每个夜晚目标星相对仪器星等。误差主要来源于孔径的目标信噪比, 同时我们也考虑了目标与参考星之间因颜色不同带来的误差。

由于没有进行标准测光, 为了将两轮观测的测光结果联合起来进行周期分析, 根据文[8], 我们分别拟合两轮观测求出的目标相对仪器星等, 拟合结果之间存在一个常数偏差, 最后使用这个常数改正求出的目标相对仪器星等。每次拟合采用一轮多晚观测的数据, 而不是每个夜晚的观测数据。

2.2 自转周期

为了测定准确的 Haumea 自转周期, 本文使用两种周期求解方法, 分别是相位弥散最小化方法以及 Lomb-Scargle 周期图法。两种方法求出目标 Haumea 自转周期结果和讨论分析如下。

相位弥散最小化方法由文[9]在 1978 年提出。相位弥散最小化方法通过求统计量 θ 的最小值获取周期, θ 定义为

$$\theta = \frac{s^2}{\sigma^2}, \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}, s^2 = \frac{\sum_{j=1}^M (n_j - 1)s_j^2}{\sum_{j=1}^M (n_j - M)}, \quad (2)$$

(1) 式中 σ^2 为观测的 N 个离散数据点的方差。
(2) 式中 x_i 是指在 t_i 时刻观测的目标星等, \bar{x} 为 N 个数据点的均值; 从 N 个数据点中选择 M 个有着相同相位 Φ_i 的样本, 每个样本中包含数据点的个数为 n_j ; s_j^2 为第 j 个样本的方差。通常, θ 值在 0 到 1 之间。如果求出的是正确的周期, 那么 θ 会达到一个局部最小值, 接近 0。使用相位弥散最小化方法计算得到的周期如图 3。在频率为 12.259 39 (cycles/day) 处达到局部最小值, 最小值约为 0.17。根据自转频率 Ω 与自转周期 P 之间的关系 $\Omega = 24/P$, 可以求出自转周期 $P = 1.957 68$ h。

Lomb-Scargle 周期图法^[10-11]适用于测定非均匀采样数据的周期。该方法基于傅里叶谱分析, 考虑非均匀采样数据, 并赋予每个数据点权重而不考虑时间间隔。假设有 N 个数据点 $h_j = h(t_j)$ ($j = 0, \dots, N-1$), t_j 为实际测量时刻, 按照

$$P_N(\omega) = \frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \frac{\left[\sum_j (h_j - \bar{h}) \cos \omega(t_j - \tau) \right]^2}{\sum_j \cos^2 \omega(t_j - \tau)} + \frac{\left[\sum_j (h_j - \bar{h}) \sin \omega(t_j - \tau) \right]^2}{\sum_j \sin^2 \omega(t_j - \tau)} \right\} \quad (3)$$

定义 Lomb 归一化周期图, 其中, ω 为角频率, σ^2 为数据的方差, τ 定义为

$$\tan(2\omega\tau) = \frac{\sum_j \sin 2\omega t_j}{\sum_j \cos 2\omega t_j}. \quad (4)$$

Lomb 归一化功率谱最大值对应的值为求解的最佳周期。使用 Lomb-Scargle 方法计算得到的周期如图 4。图 4 展示了一个明显的最大峰值在自转频率为 12.259 40 \pm 0.000 04 (cycles/day), 可以求出自转周期 $P = 1.957 7 \pm 0.000 1$ h。与相位弥散最小化方法求出的结果仅相差 0.072 s, 表明两种方法求出的结果具有良好的一致性。

2.3 自转光变曲线分析

根据文[12], 对于像 Haumea 这种因快速旋转而变形拉长成椭球体的 TNO (Trans-Neptunian Object), 其完整的光变曲线应包含两个极大值和两个极小值, 极大值代表天体的前后两个侧视图, 而极小值是两端的视图。因此, 将 2.2 节求解的 Haumea 自转周期拉长至两倍, 求得 Haumea 的自转周期 $T = 3.915 4 \pm 0.000 2$ h, 该结果与文[2-3]的结果吻合。

我们使用一般的线性最小二乘法拟合测光数据(剔除了 3σ), 拟合模型为

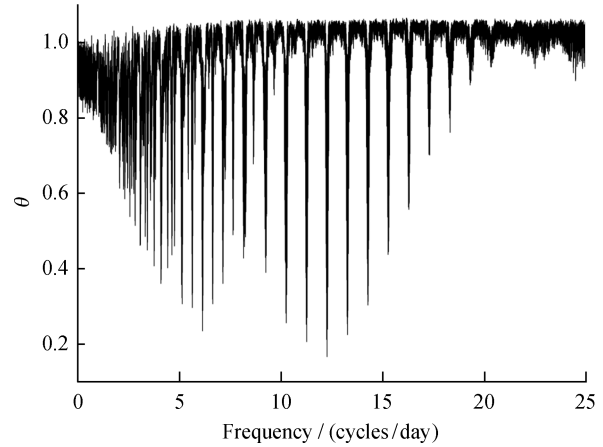


图 3 相位弥散最小化方法计算的 θ , 即相位弥散值作为频率的函数。在频率为 12.259 39 (cycles/day) 时出现了一个局部最小值

Fig. 3 Dispersion, θ , calculated by the phase dispersion method as a function of frequency. The data shows one clear local minimum located at 12.259 39 cycles/day

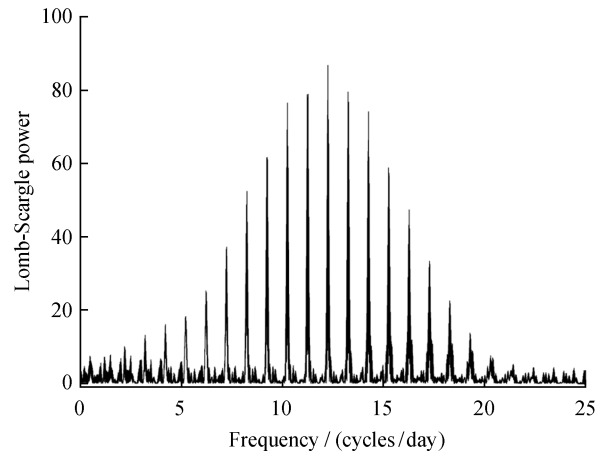


图 4 Lomb-Scargle 功率谱。图中显示最大峰值在频率为 12.259 40 (cycles/day) 处

Fig. 4 Lomb-Scargle power spectrum computed from the combined data. The data shows one clear peak located at 12.259 40 cycles/day

$$m_i = c + \sum_{j=1}^3 \left[a_j \sin(j \frac{2\pi}{T} t_i) + b_j \cos(j \frac{2\pi}{T} t_i) \right], \quad (5)$$

其中, t_i 为观测时刻的 JD 时间(校正了光行时)。各系数拟合结果和误差如表 3。观测数据点和拟合模型光变曲线如图 5, 图中显示两个极大值分别为 0.12 mag 和 0.10 mag, 两个极小值分别为 0.14 mag 和 0.09 mag, 对应的 $\chi^2 = 252$, 拟合结果服从自由度为 205 的 χ^2 分布。 χ^2 定义为

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - m_i}{\sigma_i} \right]^2, \quad (6)$$

其中, N 为拟合数据点总个数; y_i 为第 i 个数据点对应的相对仪器星等; m_i 为(5)式计算的结果; σ_i 为第 i 个数据点的测量误差。

表 3 拟合模型系数详细说明

Table 3 Specifications of the coefficients of the fitting model

Coefficients	Value	Error/mag
c	-2.801	0.002
a_1	-0.023	0.002
b_1	-0.009	0.003
a_2	0.099	0.003
b_2	-0.046	0.002
a_3	-0.006	0.002
b_3	-0.002	0.002

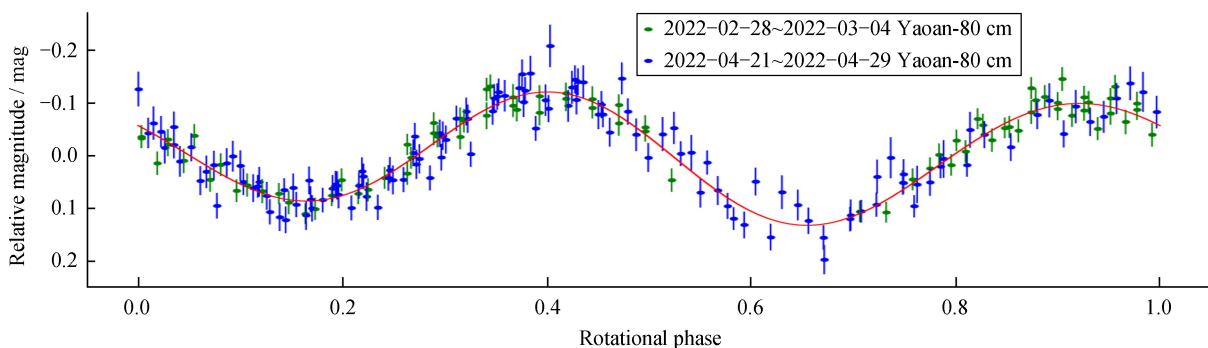


图 5 Haumea 观测光变曲线和拟合模型光变曲线。散点为观测数据, 红线为拟合模型光变曲线

Fig. 5 The observational and fitting model lightcurves of Haumea. The scattered dots are observed data, and the red solid line are fitting lightcurve

通过图 5 可以看出, 模型光变曲线拟合了大部分的观测数据点。少部分数据点残差较大, 可能是因为时间间隔内采样稀疏或者数据点本身误差较大, 也可能由于受到 Haumea 旁边两颗卫星 Hi'iaka 和 Nāmakā 光变的影响, 该数据点弥散较大。

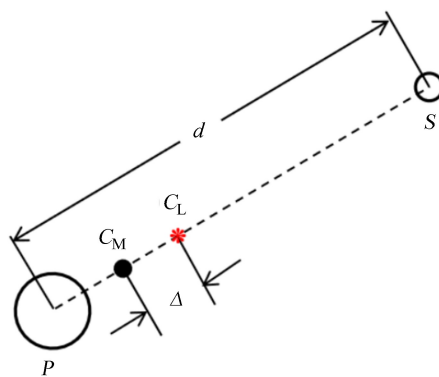
3 光变对位置测量的影响

对于像 Haumea 这种光度变化幅度较大的天体, 光度会对位置测量造成一定的影响。由于 Nāmakā 较暗, 参考文献 [1] 的工作, 只考虑 Haumea 与卫星 Hi'iaka 构成的双星系统(如图 6)。在天空平面上, 设主星与卫星之间的角距离为 d ; 质心与光心之间的角距离为 Δ ; P 和 S 分别代表主星和卫星; C_M 和 C_L 分别是质心和光心。根据杠杆原理,

$$\Delta = \left[\frac{1}{1 + r_L} - \frac{1}{1 + r_M} \right] d, \quad (7)$$

其中, $r_L = L_p/L_s$; $r_M = m_p/m_s$; L_p 和 L_s 分别是主星和卫星的亮度; m_p 和 m_s 分别是主星和卫星的质量。假设卫星 Hi'iaka 的光变幅度不变, Δ 的变化主要由 Haumea 光变引起, 可以根据误差估计公式估计 Δ

$$k = \frac{1}{1 + r_L} - \frac{1}{1 + r_M}, \quad (8)$$

图 6 Haumea 双星系统^[13]Fig. 6 The binary system of Haumea^[13]

则有 $\Delta = kd$ ，那么 Δ 受光度的变化影响为 $\Delta' = (k + \delta k)d$ ，

$$k \text{ 的变化只与主星和卫星的亮度变化有关，因此有 } \delta k \leq -\frac{L_s}{L_\Sigma} \frac{\delta L_\Sigma}{L_\Sigma}. \quad (10)$$

其中， L_Σ 是主星与卫星的亮度总和；根据文[4]，卫星 Hi'iaka 的亮度是主星 Haumea 的 5.9%，因此 $r_L = 16.9$ ， $L_s/L_\Sigma = 1/17.9$ 。根据文[14]， $r_M = 223.80$ 。根据星等转换关系式有 $\delta L_\Sigma/L_\Sigma = 10^{-0.4\Delta m} - 1$ ，其中， Δm 为 Haumea 光变曲线上对应的星等值。

从 IMCCE 历表 (<https://www.imcce.fr/>) 可以获得任意时刻主星与卫星之间的距离 d 。在整个观测期间，选取 Haumea 与卫星 Hi'iaka 的距离最远 ($d \approx 1.446''$) 的时间节点，每隔 1 min 取数据点，一共 300 个数据点，覆盖了 Haumea 一个自转周期 ($T = 3.9154 \text{ h}$)。根据 2.3 节求得的 Haumea 光变曲线图 (图 5)，我们可以获得 Haumea 光度的变化对位置测量的影响曲线图 (如图 7)。其中，横坐标为 Haumea 的自转相位，与图 5 的横坐标相对应，纵坐标为该时刻因光度变化，Haumea 位置测量受到的影响。可以看出，Haumea 光度变化对位置测量的影响最大可达到 $-9 \sim 9 \text{ mas}$ 。因此，利用 Haumea 的光变特征改正其位置测量是有必要的。

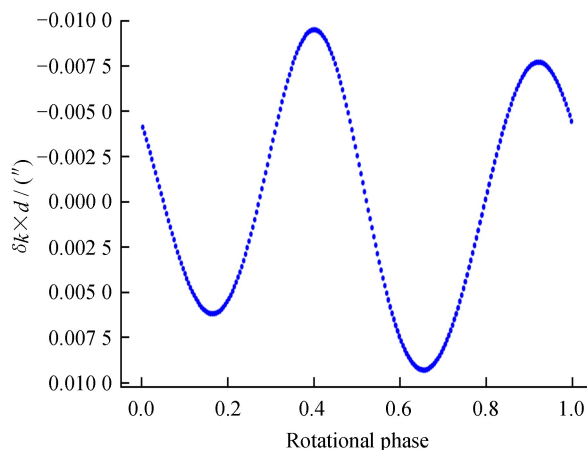


图 7 Haumea 光度变化对位置测量的影响

Fig. 7 Influence of Haumea light-curve amplitude on position measurement

4 总结与展望

我们对紫金山天文台姚安观测站 80 cm 望远镜拍摄的矮行星 Haumea CCD 图像剔除了干涉条纹，使用相对测光技术获得 Haumea 的相对仪器星等，通过联合两轮观测资料探究了其光变情况。本文使用相位弥散最小化方法以及 Lomb-Scargle 周期图法计算 Haumea 的自转周期，结果显示一条明显的双峰自转光变曲线，周期为 $3.9154 \pm 0.0002 \text{ h}$ ，峰峰值幅度为 $0.26 \pm 0.01 \text{ mag}$ ；最终估计了 Haumea 由于自转产生的光度变化对位置测量的影响最大为 $-9 \sim 9 \text{ mas}$ 。在后续的工作中，我们将结合 Haumea 光度测量与位置测量，利用其光度变化特征改进位置测量精度。

致谢：感谢紫金山天文台姚安观测站 80 cm 望远镜运行组全体成员。感谢郑中杰在本工作期间提供的帮助。

参考文献：

- [1] ORTIZ J L, SANTOS-SANZ P, SICARDY B, et al. The size, shape, density and ring of the dwarf planet Haumea from a stellar occultation [J]. *Nature*, 2017, 550: 219–223.
- [2] RABINOWITZ D L, BARKUME K, BROWN M E, et al. Photometric observations constraining the size, shape, and albedo of 2003 EL61, a rapidly rotating, Pluto-sized object in the Kuiper Belt [J]. *The Astrophysical Journal*, 2006, 639: 1238–1251.
- [3] LACERDA P, JEWITT D C, PEIXINHO N. High-precision photometry of extreme KBO 2003 EL61 [J]. *The Astronomical Journal*, 2008, 135: 1749–1756.
- [4] BROWN M E, VAN DAM M A, BOUCHEZ A H, et al. Satellites of the largest Kuiper Belt objects [J]. *The Astrophysical Journal*, 2006, 639(1): L43–L46.
- [5] TORRES G. Orbital solution and dynamical masses for the nearby binary system GJ67AB [J].

- Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2022, 514: 5183–5191.
- [6] 郭碧峰, 彭青玉, 林孚荣. Astrometrica 与 MaxIm DL 在天体测量的应用与技术研究 [J]. 天文研究与技术, 2021, 18(2): 195–202.
- GUO B F, PENG Q Y, LIN F R. Applications and technology research for astrometrica and MaxIm DL in astrometry [J]. Astronomical Research & Technology, 2021, 18(2): 195–202.
- [7] 郭碧峰, 彭青玉, 尚一佳, 等. CCD 图像相对测光中的技术与精度回报现象 [J]. 天文研究与技术, 2022, 19(2): 111–117.
- GUO B F, PENG Q Y, SHANG Y J, et al. Technology research and precision premium in relative photometry based on CCD images [J]. Astronomical Research & Technology, 2022, 19(2): 111–117.
- [8] THIROUIN A. Study of trans-neptunian objects using photometric techniques and numerical simulations [D]. Granada: Universidada de Alicante, 2013.
- [9] STELLINGWERF R F. Period determination using phase dispersion minimization [J]. The Astrophysical Journal, 1978, 224: 953–960.
- [10] LOMB N R. Leastsquares frequency analysis of unequally spaced data [J]. Astrophysics and Space Science, 1976, 39: 447–462.
- [11] SCARGLE J D. Studies in astronomical time series analysis. II. statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data [J]. The Astrophysical Journal, 1982, 263: 835–853.
- [12] SHEPARD M K. Introduction to planetary photometry [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2017: 175–176.
- [13] PENG Q Y, GUO B F, VIENNE A, et al. CCD astrometric measurements for the dwarf planet Haumea by ground-based telescopes [J/OL]. Astronomy & Astrophysics, 2023, 670: 1–7 [2023–01–21]. <https://www.aanda.org/articles/aa/pdf/forth/aa44816–22.pdf>. DOI: 10.1051/0004-6361/202244816.
- [14] RAGOZZINE D, BROWN M E. Orbits and masses of the satellites of the dwarf planet Haumea (2003 EL61) [J]. The Astronomical Journal, 2009, 137: 4766–4776.

Astrometry-Oriented Relative Photometry Test of Dwarf Planet Haumea

Li Dan^{1,2}, Guo Bifeng^{1,2}, Lu Xing^{1,2,3}, Hao Jianan^{1,2}, Peng Qingyu^{1,2*}

(1. Department of Computer Science, Jinan University, Guangzhou 510632, China, Email: tpengqy@jnu.edu.cn;

2. Sino-French Joint Laboratory for Astrometry, Dynamics and Space Science, Jinan University, Guangzhou 510632, China;

3. Department of Physics, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

Abstract: The 80 cm telescope at Yaoan Station, Purple Mountain Observatory was used to observe the dwarf planet Haumea for two runs from February to April 2022. Interference fringes were removed from all the frames, and the instrument magnitude of Haumea was derived by relative photometry technology. Then, the photometric data were normalized for combining two observation runs to analysis. The rotation period of Haumea was obtained by the PDM (Phase Dispersion Minimization) method and the Lomb-Scargle Periodogram, respectively. The difference between the results by the two methods was 0.072 s, which showed good consistency. Our photometric results reveal a distinct, double-peaked rotational light curve with a period of 3.9154 ± 0.0002 h and peak-to-peak amplitude of 0.26 ± 0.01 mag. Through the derived rotational light curve, it is finally estimated that the maximum influence of the photometric change of Haumea due to rotation on the astrometry is $-9 \sim 9$ mas. The test has a basic significance for future high-precision astrometry.

Key words: relative photometry; Kuiper belt; period determination; CCD image processing